



G CONSELLERIA
O EDUCACIÓ
I FORMACIÓ
B PROFESSIONAL
/ DIRECCIÓ GENERAL
PERSONAL DOCENT

Oposicions 2023

Cos: 0590_ Prof. Ensenyament Secundari

Especialitat: 006_ Matemàtiques

Tribunal núm.: 1

PART B DE LA PRIMERA PROVA: EXERCICI DE CARÀCTER PRÀCTIC

- Heu d'escollir una de les dues opcions
- Heu de fer cada problema en fulls separats
- Cada problema val 2 punts
- Disposeu de 4 hores

Palma , 25 de juny de 2023

OPCIÓ B

Exercici 1.- Demostreu que per a tot nombre natural n , el nombre $(n^3 - 1)n^3(n^3 + 1)$ és divisible per 504.

$$\text{Indicació } (504) \equiv (\dot{7}) \cap (\dot{8}) \cap (\dot{9})$$

Exercici 2.- Determina tots els polinomis $P(x) \in \mathbb{R}_3[x]$ tals que

$$P(x) - P(x - 1) = x^2, \quad P(0) = 0$$

i dedueixi d'això el valor de la suma

$$\sum_{k=1}^n k^2$$

$\mathbb{R}_3[x]$: Polinomis amb coeficients reals de grau menor o igual a tres.

Exercici 3.- A la frontera d'un prat circular d'1 metre de radi, es lliga amb una corda d'1 metre de longitud un animal. Quina superfície d'herba pot menjar?

Exercici 4.- Sigui $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una successió de nombres reals amb límit $\alpha \in \mathbb{R}$

a) Demostreu que

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - a_{n+1}) = a_1 - \alpha$$

b) Demostreu que

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + n^2 + n}{3^{n+1} \cdot n \cdot (n+1)} = \frac{1}{2}$$

Exercici 5.- Es defineix una variable aleatòria η com suma de 100 variables ξ_i , independents i distribuïdes a l'interval $[0 ; 1]$, amb funció de densitat $f(x) = 2x$.
Calcula la probabilitat

$$p(66 < \eta \leq 67)$$